2026-10-15 作业

1. 设 A 为环，M 为 A-模。设 $\operatorname{Spec} A = \bigcup_{i\in I} D(f_i)$ 为主开集的开覆盖，使得每个 M_{f_i} 均为有限 A_{f_i}-模。证明 M 为有限 A-模。
2. 设 k 为域。令 $f(x,y) \in k[x,y]$ 为多项式，满足 $f(0,y) \neq 0$。设 $n \geq 1$。证明：$k[x,y]/(x^n, f)$ 为有限长度的 $k[x,y]$-模。